ZÁKLADNÍ POJMY V LINEÁRNÍ ALGEBŘE

Uvažujeme pouze vektorové konečně generované podprostory.

Co je to vektor

V aritmetických vektorových prostorech se jedná o objekt zadaný souřadnicemi, např. $(2;5)$. Z fyzikálního hlediska jej lze interpretovat jako orientovanou úsečku, vycházející z počátku soustavy souřadnic a končící v bodě zadaném příslušnými souřadnicemi.

Co je to aritmetický vektorový prostor

Je to množina vektorů, které můžeme spolu sčítat a násobit reálnými čísly. Operace jsou definovány takto:

dva vektory sečteme tak, že sečteme souřadnice na stejných pozicích, např.

$(2;5) + (3;6) = (2+3;5+6) = \underline{\underline{(5;11)}}$,

vektor vynásobíme reálným číslem tak, že vynásobíme všechny jeho souřadnice tímto číslem, např.

$4 \cdot (2;5) = \underline{\underline{(8;20)}}$.

Každý vektorový prostor má právě dva triviální podprosotry. Prvním je případ, kdy se podprostor rovná vektorovému prostoru. Druhým případem je podprostor obsahující pouze nulový vektor.

Co je to lineární kombinace

Řekneme, že vektor je lineární kombinací jiných vektorů, lze-li jej vyjádřit jako součet násobků těchto vektorů. Např. $2 \cdot (1;0) + 4 \cdot (0;1) = \underline{\underline{(2;4)}}$, což znamená, že vektor (2;4) je lineární kombinací vektorů $(1;0)$ a $(0;1)$.

Co je to lineární závislost a nezávislost vektorů

Pokud pro danou skupinu vektorů platí, že žádný z vektorů nelze vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních, řekneme, že vektory jsou lineárně nezávislé. Skupina vektorů, z nichž alespoň jeden je lineární kombinací ostatních je lineárně závislá, také říkáme, že vektory tvořící tuto skupinu jsou lineárně závislé.

Co je to vektorový podprostor

Je taková podmnožina vektorového prostoru, která je uzavřená k operacím součet vektorů a násobení vektorů reálným číslem v daném vektorovém prostoru. Dimenze **vektorového podprostoru** může být stejně velká, jako dim daného **vektorového prostoru**, nebo menší. **Vektorový podprostor** může být stejně velký, jako **vektorový prostor** – viz dále v Tabulce 1.

Co je to báze (M) a dimenze podprostoru

Báze je množina generátorů podprostoru, která neobsahuje „zbytečné“ vektory, tj. je lineárně nezávislá. Platí, že všechny báze daného podprostoru mají stejný počet prvků. Počet prvků báze podprostoru se nazývá dimenze podprostoru.

Tabulka 1. Vektorové prostory a podprostory

Vektorový prostor (vp)		Vektorový podprostor (vpp) – jednotlivé případy			
Dimenze	Obrázek	Dim vpp = Dim vp	Dim vpp < Dim vp	Dim vpp ≪ Dim vp	Dim vpp ⋘ Dim vp
Dim 0⋆	•	•			
Dim 1	-5 0 6	-5 0 6	•		
Dim 2	y x	y x	-5 0 6	•	
Dim 3	y z x	y z x	y x	-5 0 6	•

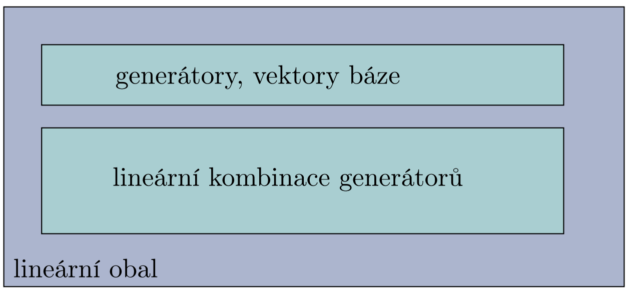
⋆ Je to vektorový prostor, který je jednobodovou množinou obsahující pouze nulový vektor o.
V případě, že má prostor více podprostorů, je v tabulce uveden jen jeden příklad.

Dim 4 se špatně kreslí, ještě si lze představit, že čtvrtý parametr je např. čas t, to by šlo znázornit na krátkém videu popř. na obrázku typu *.gif.

Co je to lineární obal L(A) množiny A

Je vše, co je vygenerováno vektory z dané množiny. To znamená obsahuje vektory z dané množiny $\boxed{+}$ všechny jejich lineární kombinace. Lineární obal je vždy podprostorem. Lineární obal obsahuje automaticky i vektory z původní množiny A.

Obrázek 1. Lineární obal



Co jsou generátory podprostoru

Jsou to vektory, pomocí kterých dokážeme „generovat“ všechny vektory podprostoru, a to pomocí operací součtu vektorů a násobení vektorů reálným číslem. Toto znamená, že každý vektor podprostoru je lineární kombinací jeho generátorů.

Co je to matice

Tabulka čísel typu (m, n) má m řádků a n sloupců. Může sloužit např. jako jiný způsob zápisu soustavy rovnic. Máme řešit soustavu dvou rovnic o dvou nezámých x a y.

$$\begin{array}{rrcrcr} \text{I.} & 2x & + & 3y & = & 40 \\ \text{II.} & x & - & 2y & = & -15 \end{array}$$

Při výpočtu soustav rovnic můžeme postupovat třemi způsoby:

(1) dosazovací metoda
(2) sčítací metoda
(3) matice a její úpravy (Gaussova metoda řešení soustav)

Mezi jednotlivými úpravami matic se používá znaménko shodnosti $\sim$.

Chceme-li z rovnice $3\vec{v}$=(3,6,9) vypočítat vektor $\vec{v}$, vynásobíme celou rovnici převrácenou hodnotou k 3, tj. $\vec{v} = \frac{1}{3}$ (3,6,9)=(1,2,3), což při řešení rovnice s čísly místo vektorů odpovídá dělení číslem 3. Dělení vektoru číslem nezavádíme.