NÁSOBENÍ MATIC

1. Obecný návod

Při výpočtu násobku dvou matic musíme v první řadě ověřit řešitelnost, v případě, že chceme k výpočtu použít Excel, musíme znát i velikost výsledné matice.

Řešitelnost a velikost zjistíme následujícím způsobem:

- Matice má rozměr **A** $m \times n$ (m = počet řádků, n = počet sloupců)
- Matice má rozměr **B** $n \times o$ (n = počet řádků, o = počet sloupců)

$$m \times \boxed{n \cdot n} \times o$$

- Matice lze vynásobit v pořadí $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, pakliže má první matice tolik slouců, kolik má druhá matice řádků
- Velikost výsledné matice bude $m \times o$, tedy bude mít tolik řádků, kolik má první matice řádků a bude mít tolik sloupců jako má druhá matice sloupků

Násobení matic není komutativní, což znamená, že $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$, pakliže není jedna (nebo obě) z daných matic jednotková.

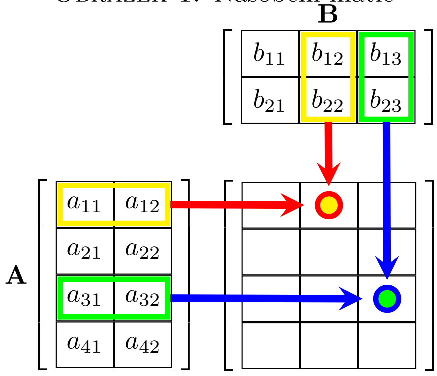
Obecně se dá násobení matic znázornit následovně:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} (a_{11} \cdot b_{11}) + (a_{12} \cdot b_{21}) & (a_{11} \cdot b_{12}) + (a_{12} \cdot b_{22}) & (a_{11} \cdot b_{13}) + (a_{12} \cdot b_{23}) \\ (a_{21} \cdot b_{11}) + (a_{22} \cdot b_{21}) & (a_{21} \cdot b_{12}) + (a_{22} \cdot b_{22}) & (a_{21} \cdot b_{13}) + (a_{22} \cdot b_{23}) \\ (a_{31} \cdot b_{11}) + (a_{32} \cdot b_{21}) & (a_{31} \cdot b_{12}) + (a_{32} \cdot b_{22}) & (a_{31} \cdot b_{13}) + (a_{32} \cdot b_{23}) \end{pmatrix}$$

Obrázek 1 snad ještě lépe dokresluje způsob, jakým se dvě matice násobí mezi sebou.

Obrázek 1. Násobení matic



Zdroj: LaTeX

Návod na výpočet v **Excelu**:

(1) zapíšeme hodnoty první matice
(2) zapíšeme hodnoty druhé matice
(3) zjistíme rozměr výsledné matice (sama se zamyslím)
(4) kurzorem označíme rozsah polí výsledné matice (kde všude se objeví výsledek)
(5) s označeným polem se do F(x) napíše
"= **soucin.matic(ozačení polí s hodnotami první matice; označení polí s hodnotami druhé matice)**"
(6) pro zobrazení stiskneme **ctrl**+**shift**+**enter**, samotný enter nestačí, neboť v takovém případě se vypíše pouze jedna hodnota (vyplní se jedna buňka)

2. Příklady

(1) Zjistíme řešitelnost úlohy: matice **A** má rozměr 3×2 a matice **B** má rozměr 2×3.
$3 \times \boxed{2 \cdot 2} \times 3$ Řešitelná tedy je.
(2) Výsledná matice bude o rozměru 3×3.
(3) Výpočet úlohy $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ není možný.

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 \\ 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 & 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 & 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 \\ 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2 & 5 \cdot 3 + 6 \cdot 4 & 5 \cdot 5 + 6 \cdot 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+4 & 3+8 & 5+12 \\ 3+8 & 9+16 & 15+24 \\ 5+12 & 15+24 & 25+36 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 5 & 11 & 17 \\ 11 & 25 & 39 \\ 17 & 39 & 61 \end{pmatrix}}}$$

Násobení matic jednotkovou maticí zleva a zprava

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 & 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 \\ 4 \cdot 1 + 5 \cdot 0 & 4 \cdot 0 + 5 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+0 & 0+3 \\ 4+0 & 0+5 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}}}$$

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 & 1 \cdot 3 + 0 \cdot 5 \\ 0 \cdot 2 + 1 \cdot 4 & 0 \cdot 3 + 1 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+0 & 3+0 \\ 0+4 & 0+5 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}}}$$

Násobení matic zleva a zprava

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 & 1 \cdot 6 + 2 \cdot 8 \\ 3 \cdot 5 + 4 \cdot 7 & 3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+14 & 6+16 \\ 15+28 & 18+32 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}}}$$

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \cdot 1 + 6 \cdot 3 & 5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 \\ 7 \cdot 1 + 8 \cdot 3 & 7 \cdot 2 + 8 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+18 & 10+24 \\ 7+24 & 14+32 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 23 & 34 \\ 31 & 46 \end{pmatrix}}}$$