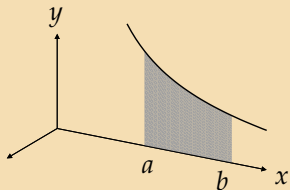


# Objem rotačního tělesa

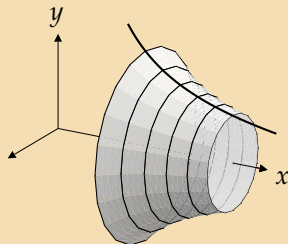
Lenka Přibyllová

6. března 2007

**Objem rotačního tělesa** vzniklého rotací plochy omezené spojitou nezápornou funkcí  $y = f(x)$ , osou  $x$  a přímkami  $x = a$  a  $x = b$ :



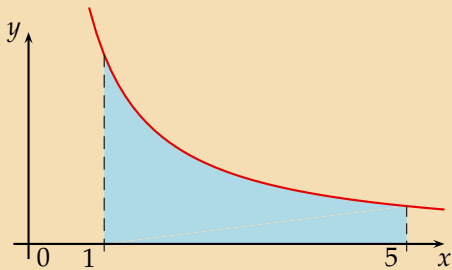
$$y = f(x)$$



$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

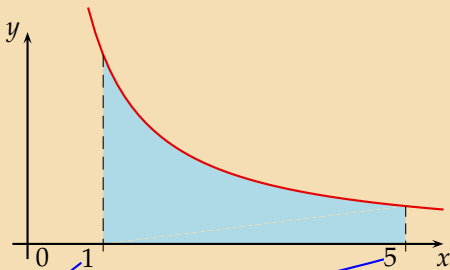
Vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací obrazce omezeného křivkou  $xy = 5$ , osou  $x$  a přímkami  $x = 1$  a  $x = 5$ .

$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



Nakreslíme graf hyperboly.

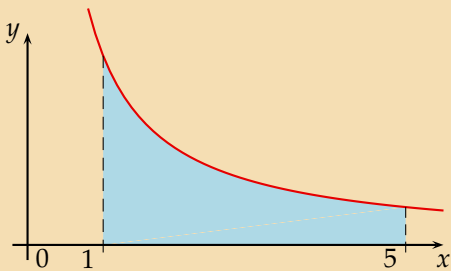
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5$$

Vyjádříme objem rotačního tělesa jako  $\pi \times$  určitý integrál.

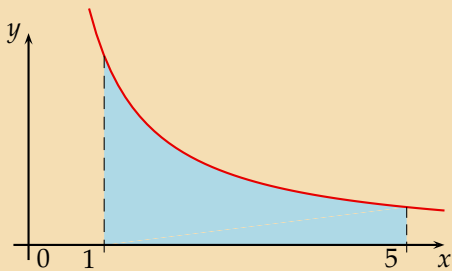
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx$$

Vyjádříme objem rotačního tělesa jako  $\pi \times$  určitý integrál,  $f(x) = \frac{5}{x}$ .

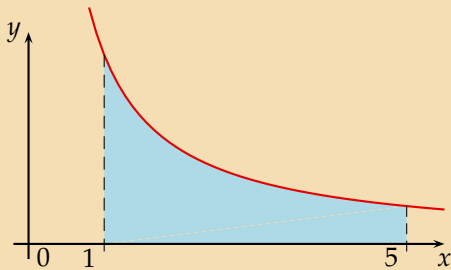
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \frac{25}{x^2} dx$$

Upravíme.

$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$

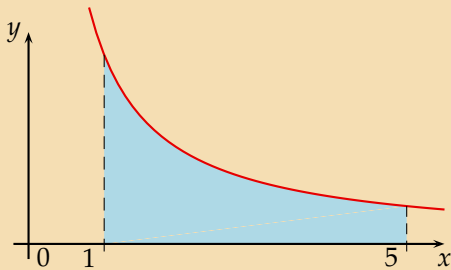


$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \frac{25}{x^2} dx = 25\pi \left[-\frac{1}{x}\right]_1^5$$

Najdeme primitivní funkci.



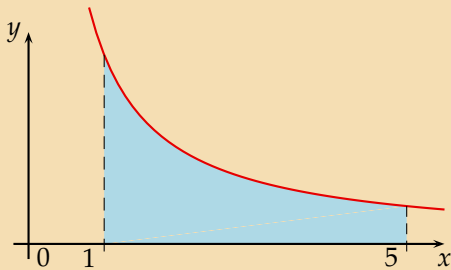
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \frac{25}{x^2} dx = 25\pi \left[-\frac{1}{x}\right]_1^5 = -25\pi \left(\frac{1}{5} - 1\right)$$

Vypočítáme určitý integrál pomocí Newton-Leibnizovy formule. Dosadíme tedy meze.

$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \frac{25}{x^2} dx = 25\pi \left[-\frac{1}{x}\right]_1^5 = -25\pi \left(\frac{1}{5} - 1\right) = 20\pi$$

Dopočítáme.

KONEC