Diferenciální rovnice

$$y' + \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

I. s nulovou pravou stranou $y' + \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\ln|y| = -\arcsin x + c$$

$$y = Ke^{-\arcsin x}$$ řešení rovnice s nulou napravo

Celé řešení $y = Ke^{-\arcsin x} + v(x)$

$v(x)$: VARIACE KONSTANTY: $y = K(x)\, e^{-\arcsin x}$

$$y' = K'(x)\, e^{-\arcsin x} + K(x) \cdot e^{-\arcsin x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (-1)$$

Dosazení do zadání:

$$\underbrace{K'(x)\, e^{-\arcsin x} - K(x)\, e^{-\arcsin x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}_{y'} + \frac{K(x)\, e^{-\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$K'(x)\, e^{-\arcsin x} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$K'(x) = \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}$$

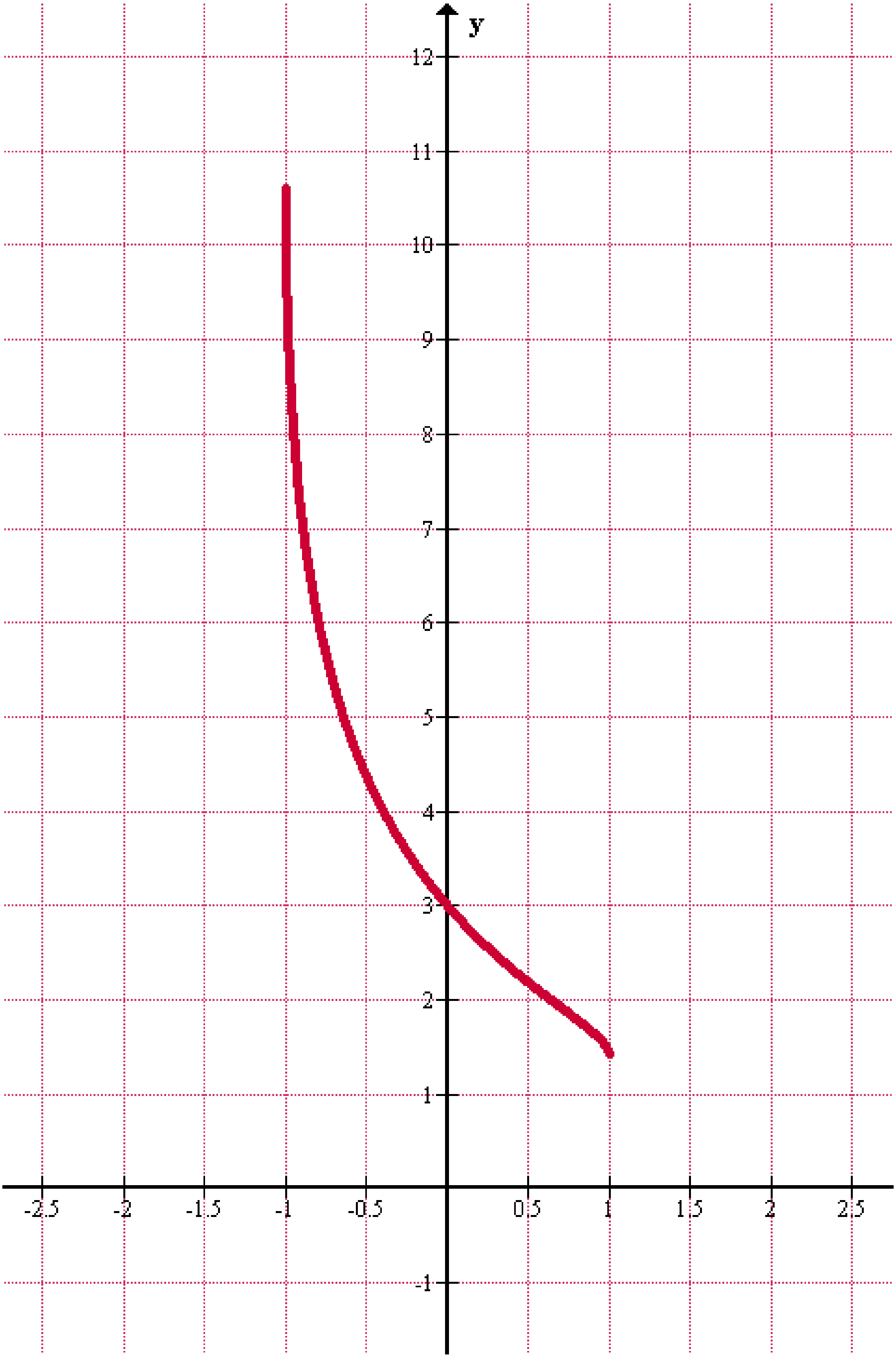
$$K(x) = \int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

$$\text{I: } \left| \begin{array}{l} t = \arcsin x \\ dt = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx \end{array} \right| = \int e^t\, dt = e^t = e^{\arcsin x}$$

$$y(x) = Ke^{-\arcsin x} + \underbrace{e^{\arcsin x} \cdot e^{-\arcsin x}}_{e^0 = 1}$$

$$y = Ke^{-\arcsin x} + 1$$

Obrázek 1. Grafické znázornění výsledné funkce



Zdroj: program Graph

Neznámými v těchto rovnicích nejsou čísla, ale jsou jimi funkce. Ve výsledku se objevuje C (nebo K), tedy libovolně volitelně konstanta. Pro zobrazení této funkce byla náhodně zvolena konstanta C (nebo K)$= 2$.