Diferenciální rovnice 1. řádu

$$y' + x = x \cdot y \rightarrow y' - xy = -x$$

1) $y' - xy = 0$

$$\frac{dy}{dx} = xy \quad / \cdot dx$$

$$dy = xy \cdot dx \quad / : y$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int x\,dx$$

$$\ln|y| = \frac{x^2}{2} + \ln C$$

$$\ln|y| - \ln C = \frac{x^2}{2}$$

$$\ln\left|\frac{y}{C}\right| = \frac{x^2}{2} \quad / \text{odln}$$

$$\frac{y}{C} = e^{\frac{x^2}{2}}$$

$$y = C \cdot e^{\frac{x^2}{2}}$$

toto je řešení rovnice bez pravé strany

Volba pravé strany $v(x) = C(x) \cdot \boxed{e^{\frac{x^2}{2}}}$

(metoda variace konstanty)

$$v'(x) = C'(x) \cdot e^{\frac{x^2}{2}} + C(x) \cdot e^{\frac{x^2}{2}} \cdot x$$

Dosazení do zadání:

$$C'(x) \cdot e^{\frac{x^2}{2}} + x C(x) \cdot e^{\frac{x^2}{2}} - x \cdot C(x) \cdot e^{\frac{x^2}{2}} = -x$$

$$C'(x) \cdot e^{\frac{x^2}{2}} = -x$$

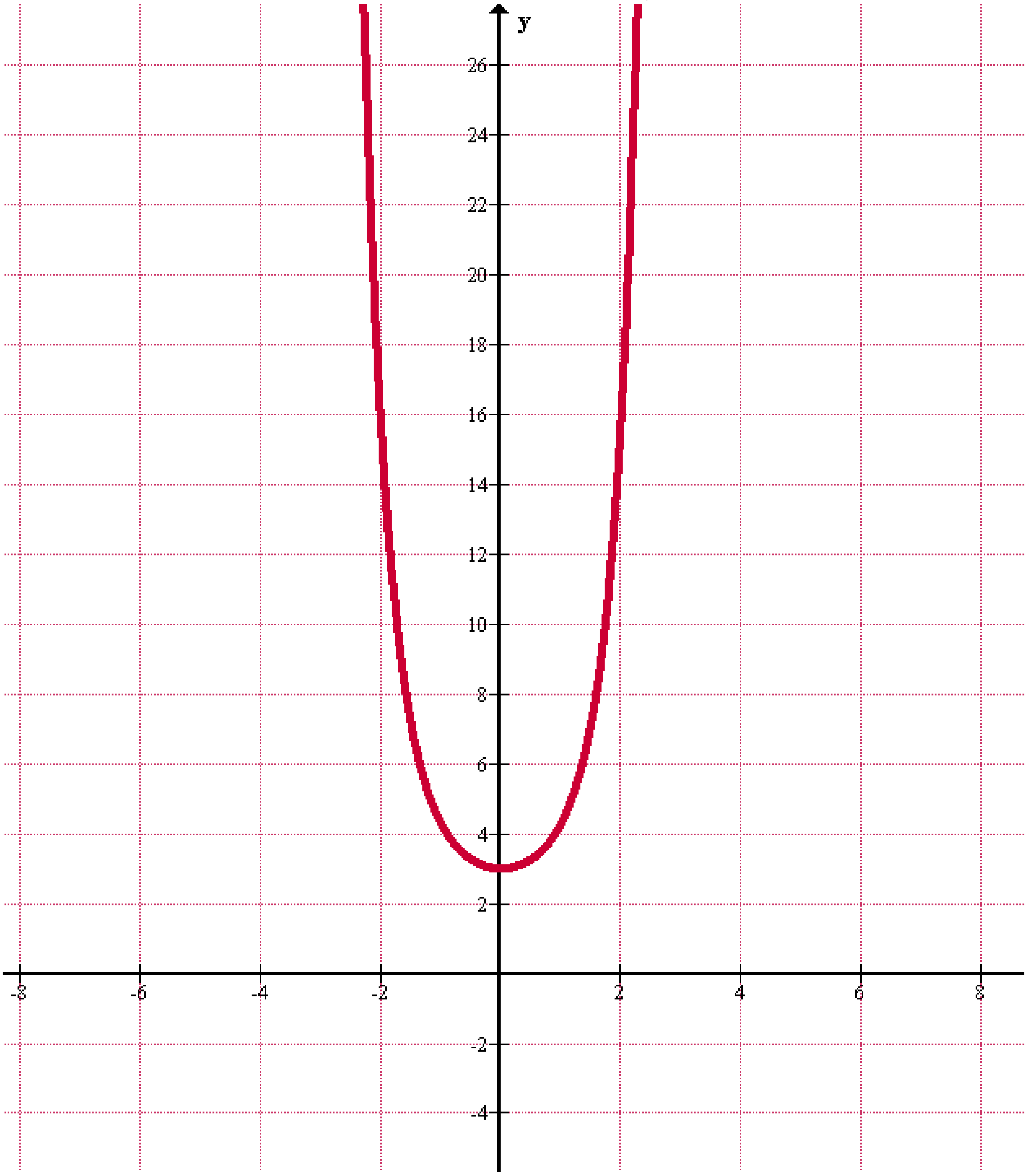
$$C'(x) = \frac{-x}{e^{\frac{x^2}{2}}} \rightarrow C'(x) = -x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \rightarrow C(x) = -\int x \cdot e^{\frac{x^2}{2}}\,dx$$

$$\int : \left| \begin{array}{l} t = \frac{-x^2}{2} \\ dt = -x\,dx \end{array} \right| = \int e^t\,dt = e^t = e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Obecné řešení rovnice s pravou stranou

$$y = C \cdot e^{\frac{x^2}{2}} + e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \boxed{e^{\frac{x^2}{2}}} = C \cdot e^{\frac{x^2}{2}} + 1$$

Obrázek 1. Grafické znázornění výsledné funkce



Zdroj: program Graph

Neznámými v těchto rovnicích nejsou čísla, ale jsou jimi funkce. Ve výsledku se objevuje C (nebo K), tedy libovolně volitelně konstanta. Pro zobrazení této funkce byla náhodně zvolena konstanta C (nebo K)$= 2$.