Diferenciální rovnice I. řádu

$$y' + 2y \cdot tg x = \sin x$$

$$x \in (2l-1)\frac{\pi}{2}; (2l+1)\frac{\pi}{2}; l \in Z$$

$$\frac{dy}{dx} = -2y\, tg x \quad / \cdot dx$$

$$dy = -2y \cdot tg x \cdot dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = -2\int tg x\, dx$$

$$\ln|y| = -2\int \frac{\sin x}{\cos x}\, dx + \ln c$$

$$\ln\left|\frac{y}{c}\right| = \left| \begin{matrix} t = \cos x \\ dt = -\sin x\, dx \end{matrix} \right|$$

$$\ln\left|\frac{y}{c}\right| = 2\int \frac{dt}{t}$$

$$\ln\left|\frac{y}{c}\right| = 2\ln|t| \Rightarrow \ln\left|\frac{y}{c}\right| = \ln t^2 \Rightarrow \frac{y}{c} = t^2$$

$$y = C \cdot \cos^2 x + v$$

$$v(x) = C(x)\cdot \cos^2 x \qquad v'(x) = C'(x)\cdot\cos^2 x + C(x)\cdot 2(-\sin x)\cdot \cos x$$

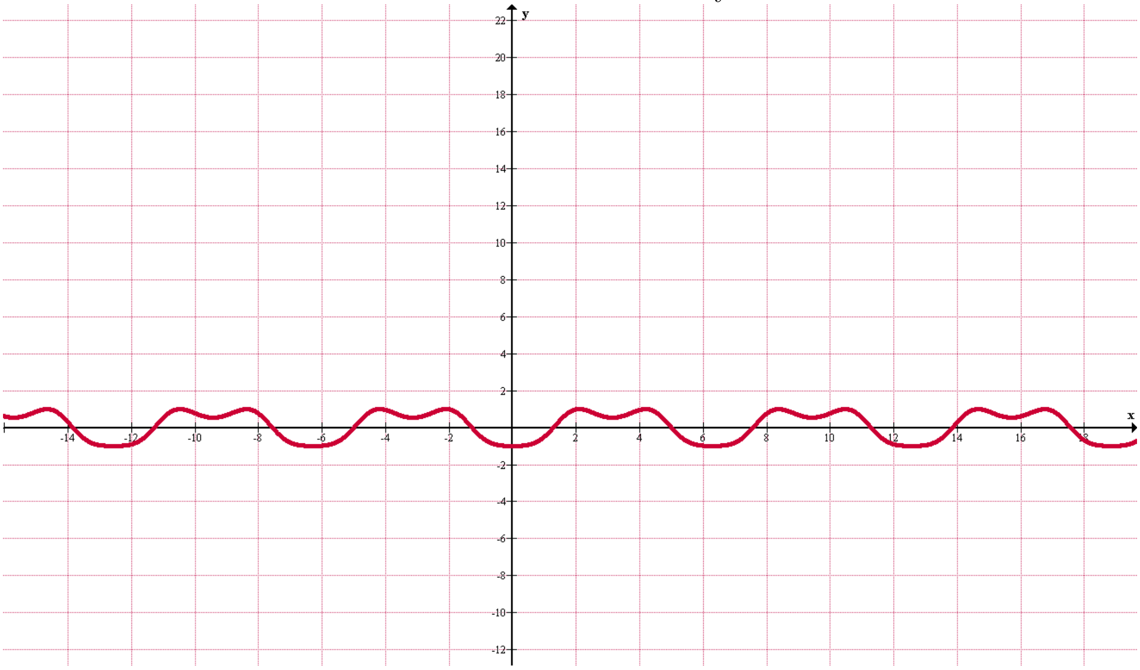
$$C'(x)\cdot\cos^2 x \underbrace{-2C(x)\cdot \sin x\cdot\cos x + 2C(x)\cdot\cos^{\cancel{2}} x\cdot\frac{\sin x}{\cancel{\cos x}}}_{0} = \sin x$$

$$\boxed{C'(x)\cdot\cos^2 x = \sin x}$$ Výpočet levé strany: $C'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \Rightarrow C(x) = \int \frac{\sin x}{\cos^2 x}\, dx \Rightarrow$

$$\Rightarrow C(x) = \left| \begin{matrix} t = \cos x \\ dt = -\sin x\, dx \\ \sin x\, dx = -dt \end{matrix} \right| \Rightarrow C(x) = -\int\frac{dt}{t^2} \Rightarrow C(x) = \frac{-t^{-1}}{-1} \Rightarrow C(x) = \frac{1}{t}$$

Substituce zpět: $\frac{1}{\cos x}$ $\qquad Y(x) = C\cdot\cos^2 x + \frac{1}{\cos x}\cdot\cos^2 x = \cos(C\cdot\cos x + 1)$

OBRÁZEK 1. Grafické znázornění výsledné funkce



Zdroj: program Graph

Neznámými v těchto rovnicích nejsou čísla, ale jsou jimi funkce. Ve výsledku se objevuje C (nebo K), tedy libovolně volitelně konstanta. Pro zobrazení této funkce byla náhodně zvolena konstanta C (nebo K)$=2$.