Monotonie

$$y = \frac{(3x+2)^2}{1-x}$$

I) Definiční obor

$1-x \neq 0$ $\qquad x \in R \setminus \{1\}$

$x \neq 1$

II) Derivace

$$y' = \frac{2(3x+2)\cdot 3\cdot(1-x) - (3x+2)^2\cdot(-1)}{(1-x)^2} = \frac{6(3x+2)(1-x) + (3x+2)^2}{(1-x)^2} =$$

$$= \frac{(3x+2)\cdot[6(1-x)+(3x+2)]}{(1-x)^2} = \frac{(3x+2)[6-6x+3x+2]}{(1-x)^2} = \frac{(3x+2)\cdot(8-3x)}{(1-x)^2} =$$

$$= \frac{24x-9x^2+16-6x}{(1-x)^2} = \frac{-9x^2+18x+16}{(1-x)^2}$$

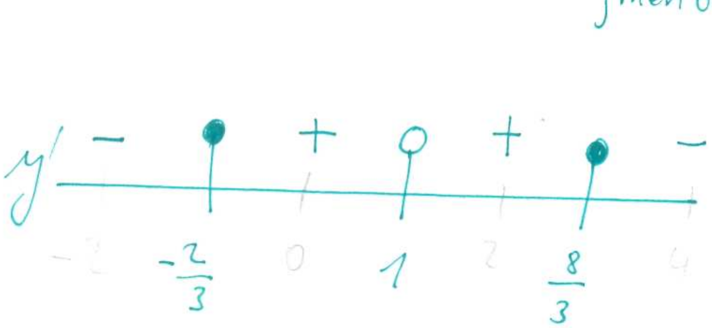
III) Nulové body z první derivace

$$\frac{-9x^2+18x+16}{(1-x)^2} = 0$$

čitatel: $D = 900 \rightarrow \sqrt{\ } \rightarrow 30$

$$x_{1,2} = \frac{-18 \pm 30}{-18} \begin{cases} + = -\frac{2}{3} \\ - = \frac{8}{3} \end{cases}$$

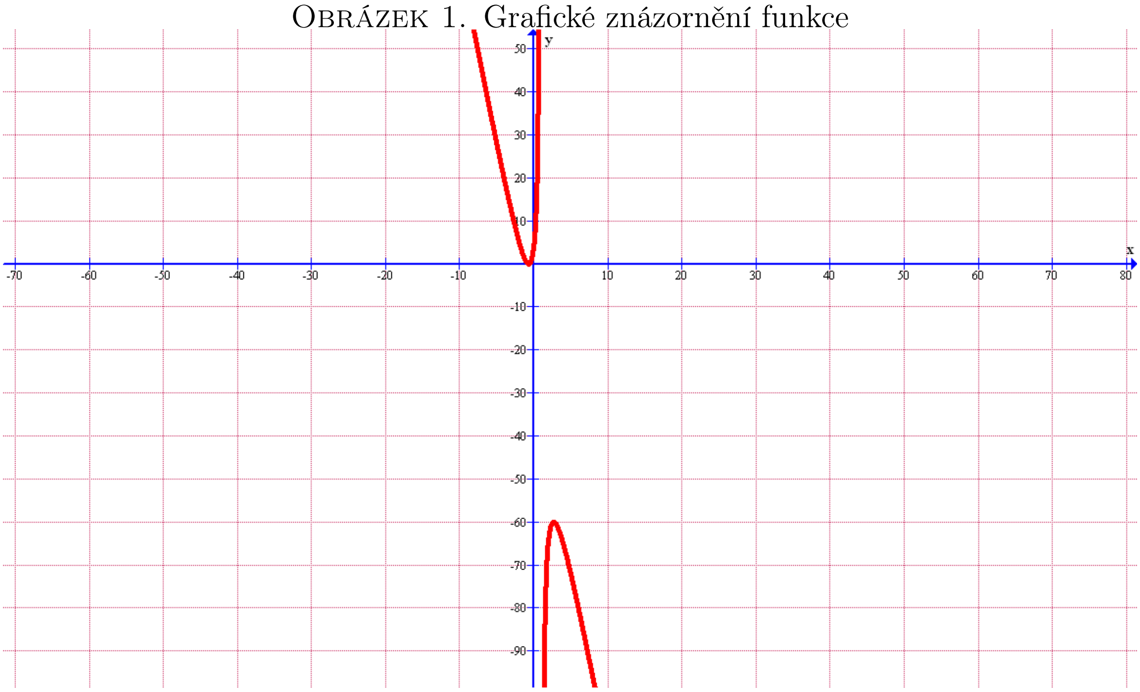
jmenovatel: $x = 1$



Funkce klesá na intervalu $(-\infty; -\frac{2}{3}\rangle$ a $\langle \frac{8}{3}; \infty)$

roste na intervalu $\langle -\frac{2}{3}; 1)$ a $(1; \frac{8}{3}\rangle$

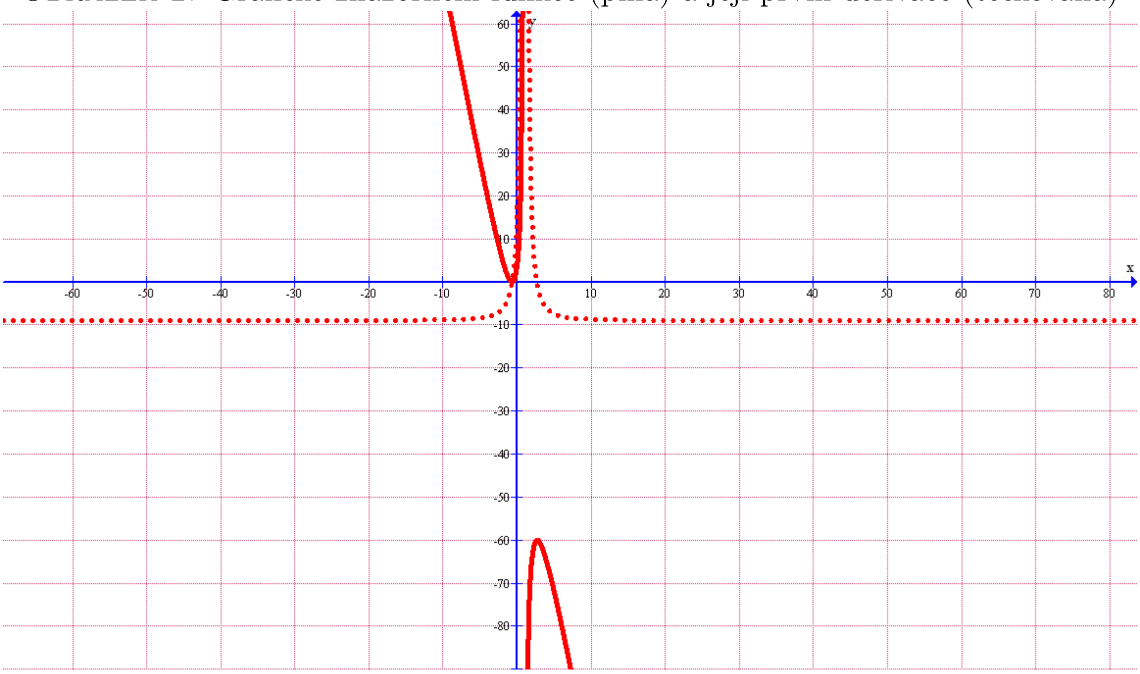
Obrázek 1. Grafické znázornění funkce



Zdroj: program Graph

Při výpočtu monotonií nás zajímá průběh funkce – zda a na kterých intervalech je zadaná funkce rostoucí a na kterých je klesající na jejím definičním oboru.

Obrázek 2. Grafické znázornění funkce (plná) a její první derivace (tečkovaná)



Zdroj: program Graph

Kde je původní funkce rostoucí, tam je derivace *nad* osou x. Kde je klesající, tam je *pod* osou x. V místech extrémů osu x protíná.