

APLIKACE URČITÉHO INTEGRÁLU – DÉLKA KŘIVKY

Kýženým výsledkem je délka křivky na vymezeném intervalu, která samozřejmě vychází v délkových jednotkách (d. j.).

PŘÍKLADY S KONSTANTOU

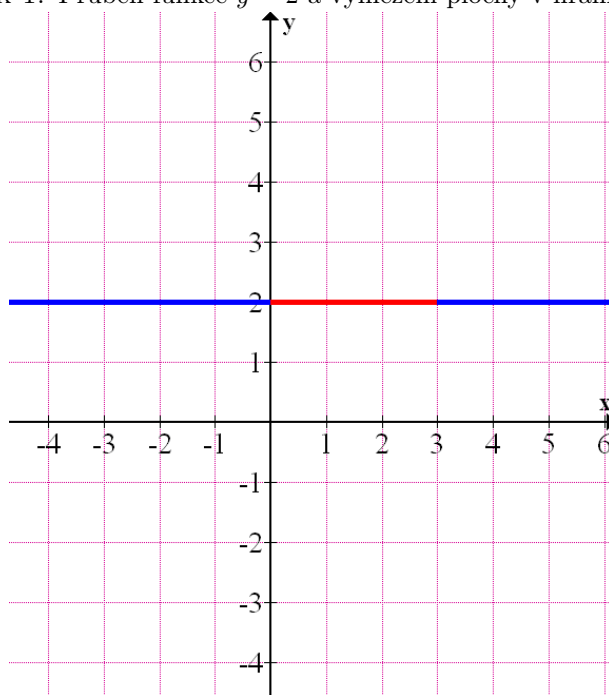
Zadání: $y = 2$

Výpočet z Obrázku 1: Zde snad ani není co dodávat.

Hranice: $\langle 0, 3 \rangle$

$$\begin{aligned} \text{Výpočet integrálem: } \int_0^3 \sqrt{1 + ((2)')^2} \, dx &= \int_0^3 \sqrt{1 + (0)^2} \, dx = \int_0^3 \sqrt{1} \, dx = \\ \int_0^3 1 \, dx &= [x]_0^3 = 3 - 0 = \underline{\underline{3 \text{ d. j.}}} \end{aligned}$$

OBRÁZEK 1. Průběh funkce $y = 2$ a vymezení plochy v hranicích $\langle 0, 3 \rangle$



Zdroj: program Graph

PŘÍKLADY S PŘÍMKOU

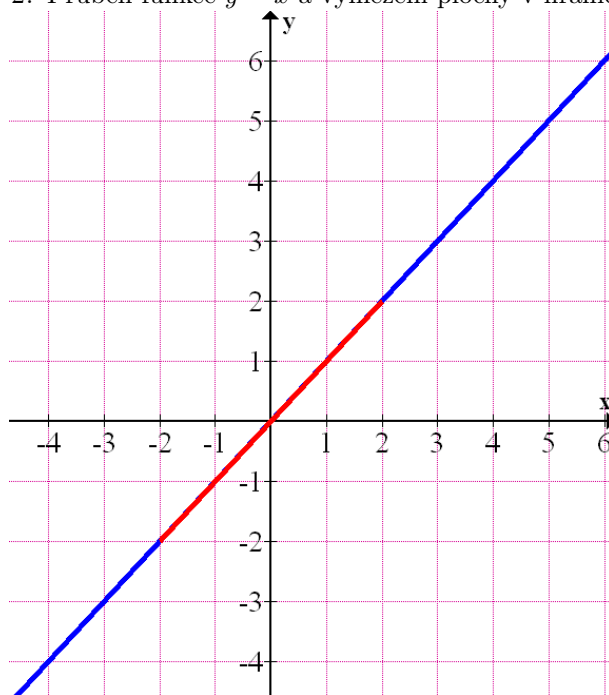
Zadání: $y = x$

Výpočet z Obrázku 2: Úhlopříčka čtverce o stranách rovných jedné je rovna $\sqrt{2}$. Čtverce jsou čtyři a tedy čtyřikrát $\sqrt{2}$.

Hranice: $\langle -2, 2 \rangle$

$$\begin{aligned} \text{Výpočet integrálem: } \int_{-2}^2 \sqrt{1 + ((x)')^2} \, dx &= \int_{-2}^2 \sqrt{1 + (1)^2} \, dx = \int_{-2}^2 \sqrt{2} \, dx = [x\sqrt{2}]_{-2}^2 = \\ [2\sqrt{2} - \sqrt{2}(-2)] &= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \underline{\underline{4\sqrt{2} \text{ d. j.}}} \end{aligned}$$

OBRÁZEK 2. Průběh funkce $y = x$ a vymezení plochy v hranicích $\langle -2, 2 \rangle$



Zdroj: program Graph