# Konvexita, konkávita

$$y = 2x + e^{\frac{-x^2}{2}}$$

I) Definiční obor $x \in \mathbb{R}$

II) 1. derivace

$$y' = 2 + e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-2x) = 2 - e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot x = \underline{\underline{2 - x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}}}$$

III) 2. derivace

$$y'' = -1 \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} + (-x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2x = -e^{-\frac{x^2}{2}} + x^2 e^{-\frac{x^2}{2}} =$$

$$\underline{\underline{= e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \left(x^2 - 1\right)}}$$

IV) Nulové body z druhé derivace

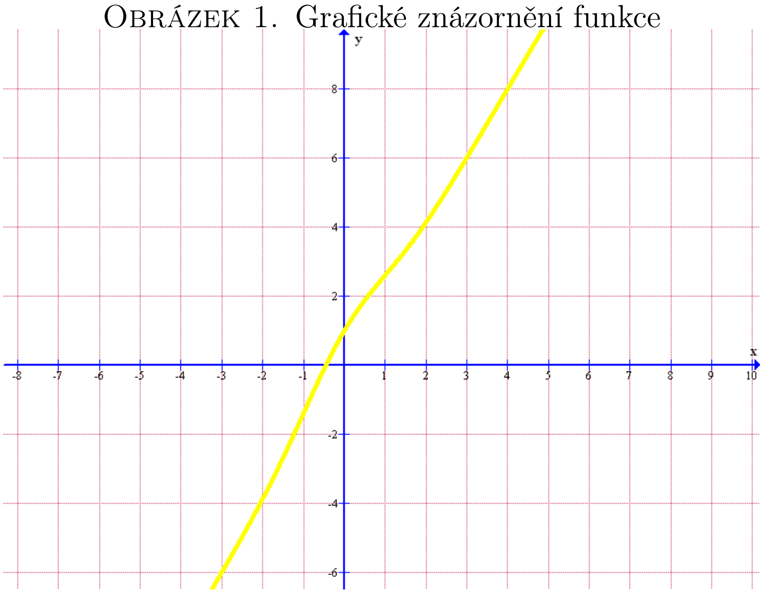
$$x^2 - 1 = 0$$

$$|x| = 1$$


Funkce je konvexní na intervalech $(-\infty; -1\rangle$ a $\langle 1; \infty)$

konkávní na intervalu $\langle -1; 1\rangle$

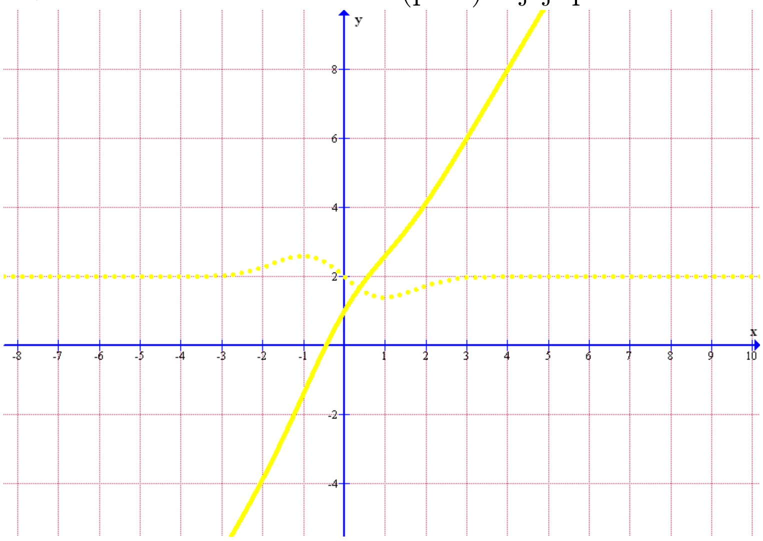
Obrázek 1. Grafické znázornění funkce



Zdroj: program Graph

Zajímá nás průběh funkce – zda a na kterých intervalech je zadaná funkce konvexní a na kterých konkávní na jejím definičním oboru.

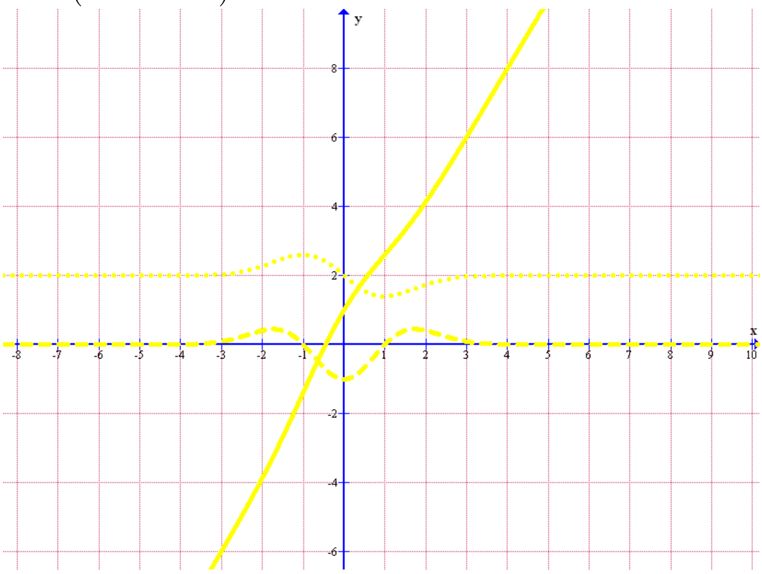
Obrázek 2. Grafické znázornění funkce (plná) a její první derivace (tečkovaná)



Zdroj: program Graph

Ke zjištění konvexnosti a konkávnosti potřebujeme druhou derivaci. První derivace je tedy pouhým mezisoučtem. (Nicméně z první derivace můžeme vyčíst monotónnost funkce. Kde je původní funkce rostoucí, tam je derivace *nad* osou $x$. Kde je klesající, tam je *pod* osou $x$. V místech extrémů první derivace osu $x$ protíná.)

Obrázek 3. Grafické znázornění funkce (plná), její první derivace (tečkovaná) a druhá derivace (čárkovaná)




Zdroj: program Graph

Kde je původní funkce konvexní, tam je druhá derivace *nad* osou $x$. Kde je konkávní, tam je druhá derivace *pod* osou $x$. V místech inflexních bodů druhá derivace osu $x$ protíná.