

ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI LIMIT FUNKCÍ

Vztahy a vzorce ze skript **Matematika I**, Slavík, V., Wolhmutová, M., 2004.

Níže jsou uvedeny vzorce pro oboustranné limity ve vlastním bodě.

Analogické vzorce platí i pro limity v $\pm\infty$ a také pro limity jednostranné, není-li řečeno jinak může být A také $\pm\infty$.

1) Funkce má v daném bodě nejvýše jednu limitu, tj. je-li $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ a $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = B$, pak je $A = B$;

2) je-li $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ a $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B \in \mathbb{R}$, potom je:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = A + B;$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = A - B;$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B;$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{A}{B}, \text{ samozřejmě za předpokladu, že } B \neq 0;$$

3) je-li $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ v nějakém okolí bodu a (s výjimkou tohoto bodu a) a $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = A$, potom je také $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = A$;

4) $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = b$, $\lim_{x \rightarrow b} h(x) = A$ a je-li pro každé $x \in D(g)$, $x \neq a$ splněna nerovnost $g(x) \neq b$, pak je $\lim_{x \rightarrow a} h(g(x)) = A$.

Poznámka. Důsledkem právě uvedených vlastností limit jsou i následující dvě vlastnosti:

5) je-li $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \in \mathbb{R}$, potom je $\lim_{x \rightarrow a} (k \cdot f(x)) = k \cdot A$ pro libovolné $k \in \mathbb{R}$;

6) je-li $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ a je-li funkce $g(x)$ omezená v nějakém okolí bodu a (tj. $|g(x)| \leq K$, pro nějaké $K \in \mathbb{R}$), potom je $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = 0$.