Monotonie

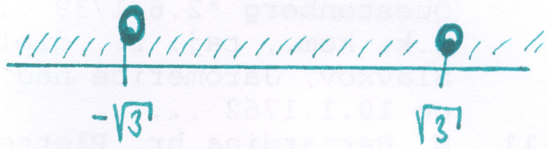
$$f(x) = \frac{x^3}{3-x^2}$$

I) Definiční obor

jmenovatel: $3 - x^2 \neq 0$

$$x^2 \neq 3$$

$$x \neq \pm\sqrt{3}$$



$$x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{3}; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; \infty)$$

II) 1. derivace

$$f'(x) = \frac{3x^2 \cdot (3-x^2) - x^3 \cdot (-2x)}{(3-x^2)^2} = \frac{9x^2 - 3x^4 + 2x^4}{(3-x^2)^2} =$$

$$= \frac{9x^2 - x^4}{(3-x^2)^2} = \frac{x^2(9-x^2)}{(3-x^2)^2}$$

III) Nulové body z první derivace

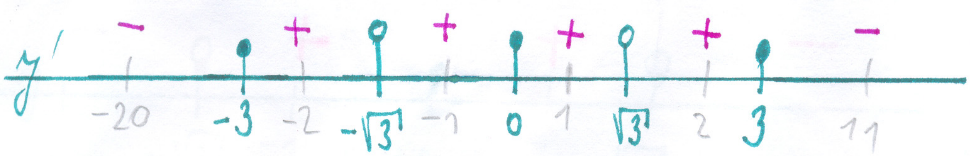
z čitatele: $x^2(9-x^2) = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = \pm 3$

ze jmenovatele: $(3-x^2)^2 = 0$

$$3 - x^2 = 0$$

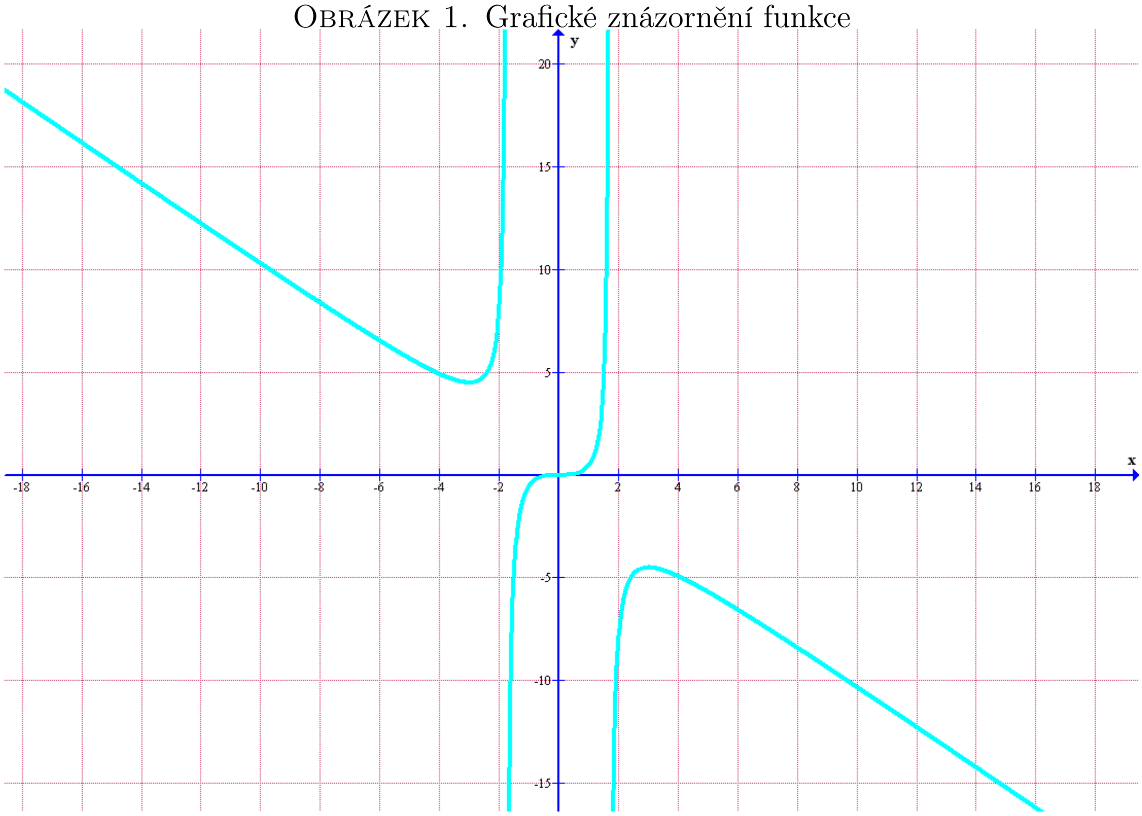
$$x = \pm\sqrt{3}$$



Funkce je klesající na intervalu $(-\infty; -3\rangle \cup \langle +3; \infty)$

rostoucí na intervalu $\langle -3; -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{3}; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; 3\rangle$

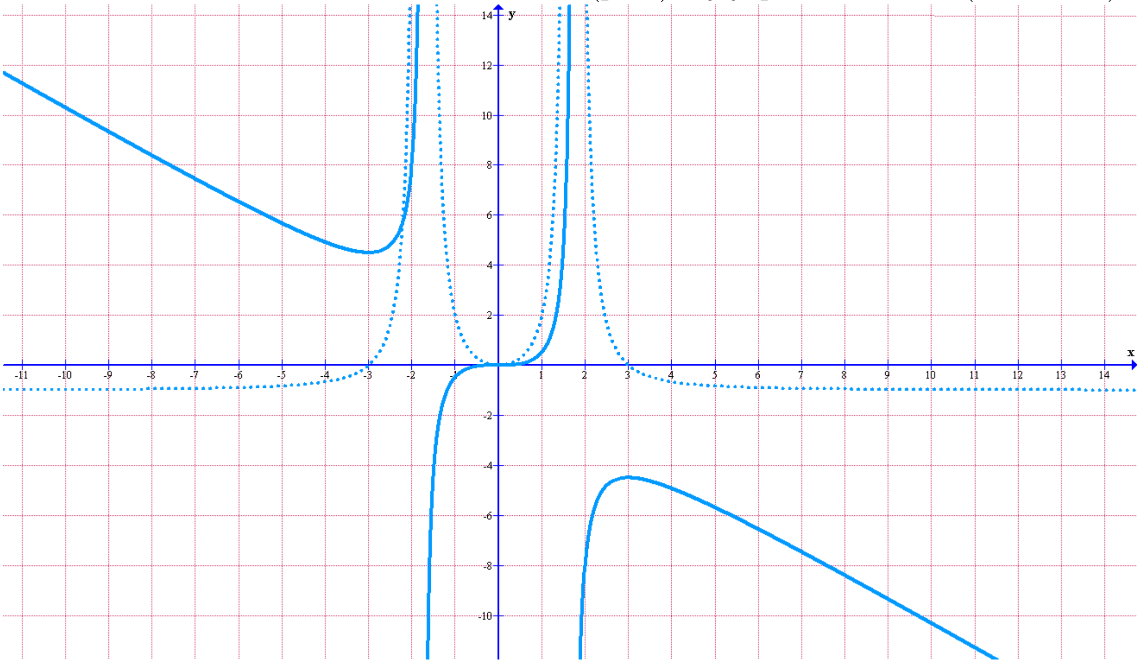
Obrázek 1. Grafické znázornění funkce



Zdroj: program Graph

Při výpočtu monotonií nás zajímá průběh funkce – zda a na kterých intervalech je zadaná funkce rostoucí a na kterých je klesající na jejím definičním oboru.

Obrázek 2. Grafické znázornění funkce (plná) a její první derivace (tečkovaná)



Zdroj: program Graph

Kde je původní funkce rostoucí, tam je derivace *nad* osou x. Kde je klesající, tam je *pod* osou x. V místech extrémů osu x protíná.